Exercícios

Estimação pontual e intervalos de confiança

Prof. Me. Lineu Alberto Cavazani de Freitas

Departamento de Estatística
Laboratório de Estatística e Geoinformação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Exercício 1

Exercício 1

Um hospital tem interesse em determinar o peso médio de crianças ao nascer para adequar a estrutura da unidade de partos. Para o estudo foram observados 156 partos e o peso dos recém nascidos foi registrado. A média amostral destes 156 partos foi de 3249g. Considere que estudos anteriores mostraram que o desvio padrão dos pesos é algo próximo a 973g. Obtenha um intervalo com 90% de confiança e interprete os resultados.

Exercício 1

1. Qual é o parâmetro de interesse?
   - Média.
2. O tamanho amostral é suficientemente grande ou a distribuição da variável de interesse é Normal?
   - Sim.
3. A variância é conhecida ou desconhecida?
   - Conhecida.
4. Como calcular intervalos de confiança para média com variância conhecida?
   - $\text{IC}_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right]$
5. Temos as quantidades necessárias?
   - $\hat{\mu} = 3249g$
   - $z_{0.1/2} = 1.64$
   - $\sigma = 973$
   - $n = 156$

Exercício 1

- $\text{IC}_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right]$
- $\text{IC}_{(0.9)}(\mu) = \left[3249 \pm 1.64 \cdot \left(\frac{973}{\sqrt{156}}\right)\right]$
- $\text{IC}_{(0.9)}(\mu) = [3249 \pm 127.76]$
- $\text{IC}_{(0.9)}(\mu) = [3121.24; 3376.76]$

INTERPRETAÇÃO

- Temos 90% de confiança de que o intervalo entre 3121.24 e 3376.76 contém o verdadeiro peso médio de crianças ao nascer.

Exercício 2

Exercício 2

Os pulsos em repouso de 121 pessoas sadias foram tomados. Com base nesta amostra foi observada uma média de 72.9 batidas por minuto (bpm) e um desvio padrão de 11.0 bpm. Construa intervalos de confiança com 95% de confiança e para a pulsação média em repouso de pessoas sadias com base nesses dados e interprete os resultados.

Exercício 2

1. Que parâmetros estamos estudando?
   - Média.
2. O tamanho amostral é suficientemente grande ou a distribuição da variável de interesse é Normal?
   - Sim.
3. A variância é conhecida ou desconhecida?
   - Desconhecida.
4. Temos uma estimativa amostral da variância?
   - Sim.
5. Como calcular intervalos de confiança para média com variância desconhecida?
   - $\text{IC}_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\bar{y} \pm t_{\alpha/2} \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)\right]$
6. Temos as quantidades necessárias?
   - $\bar{y} = 72.9$
   - $t_{0.05/2;120} = 1.98$
   - $s = 11.0$
   - $n = 121$

Exercício 2

- $\text{IC}_{(1-\alpha)}(\mu) = \left[\bar{y} \pm t_{\alpha/2} \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)\right]$
- $\text{IC}_{(0.95)}(\mu) = \left[72.9 \pm 1.98 \cdot \left(\frac{11}{\sqrt{121}}\right)\right]$
- $\text{IC}_{(0.95)}(\mu) = [72.9 \pm 1.98]$
- $\text{IC}_{(0.95)}(\mu) = [70.92; 74.88]$

INTERPRETAÇÃO

- Temos 95% de confiança de que o intervalo entre 70.92 e 74.88 contém a verdadeira pulsação média em repouso de pessoas sadias.

Exercício 3

Exercício 3

Pretende-se estimar a proporção de cura devido ao uso de um certo medicamento em pacientes com micose. Um experimento consistiu em aplicar o medicamento em 200 pacientes, escolhidos ao acaso. Dos 200 pacientes, 163 apresentaram resultados satisfatórios ao ponto de serem classificados como curados. Obtenha uma estimativa pontual da proporção de cura, monte os intervalos de confiança otimista e conservativo para 99% de confiança e interprete os resultados.

Exercício 3

1. Qual é o parâmetro de interesse?
   - Proporção.
2. A variável é dicotômica?
   - Sim.
3. Como calcular intervalos de confiança para proporção?
   - $IC_{(1-\alpha)}(p) = \left[\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$
4. O intervalo será otimista ou conservativo?
   - Se otimista, o p dentro da raiz será $\hat{p}$.
   - Se conservativo, o p dentro da raiz será 0.5.
5. Temos as quantidades necessárias?
   - $\hat{p} = 163/200 = 0.815$
   - $z_{0.005} = 2.576$
   - $n = 200$

Exercício 3

Otimista

- $IC_{(1-\alpha)}(p) = \left[\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$
- $IC_{(0.99)}(p) = \left[0.815 \pm 2.576 \cdot \sqrt{\frac{0.815(1-0.815)}{200}}\right]$
- $IC_{(0.99)}(p) = [0.815 \pm 0.07]$
- $IC_{(0.99)}(p) = [0.745; 0.885]$
- INTERPRETAÇÃO
  - Temos 99% de confiança de que o intervalo entre 0.745 e 0.885 contém a verdadeira proporção de curados graças ao medicamento.

Conservativo

- $IC_{(1-\alpha)}(p) = \left[\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$
- $IC_{(0.99)}(p) = \left[0.815 \pm 2.576 \cdot \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{200}}\right]$
- $IC_{(0.99)}(p) = [0.815 \pm 0.09]$
- $IC_{(0.99)}(p) = [0.725; 0.905]$
- INTERPRETAÇÃO
  - Temos 99% de confiança de que o intervalo entre 0.725 e 0.905 contém a verdadeira proporção de curados graças ao medicamento

Exercício 4

Exercício 4

O peso de um componente produzido por uma determinada empresa é uma variável aleatória que segue distribuição Normal. Para fins de controle de qualidade pretende-se avaliar a variabilidade do peso deste componente. Em uma amostra de tamanho 41 foi observado uma média de 100 e uma variância de 8. Construa um intervalo de confiança com 95% de confiança para a variância.

Exercício 4

1. Que parâmetro estamos estudando?
   - Variância.
2. Temos uma estimativa amostral da variância?
   - Sim.
3. Como calcular intervalos de confiança para a variância?
   - $\text{IC}_{(1-\alpha)}(\sigma^2) = \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}} ; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}} \right)$
4. Temos as quantidades necessárias?
   - $s = 8$
   - $n = 41$
   - $\chi^2_{0.025,40} = 24.433$
   - $\chi^2_{0.975,40} = 59.342$

Exercício 4

- $IC_{(1-\alpha)}(\sigma^2) = \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}} \right)$
- $IC_{(95)}(\sigma^2) = \left(\frac{(41-1)8}{59.342}; \frac{(41-1)8}{24.433} \right)$
- $IC_{(95)}(\sigma^2) = (5{,}4; 13{,}1)$

INTERPRETAÇÃO

- Temos 95% de confiança de que o intervalo entre 5,4 e 13,1 contém a verdadeira variância.