

CE301 - Estatística básica - Revisão de inferência

1º Semestre 2024

1. Numa certa população de animais marinhos, a distribuição de pesos é Normal, com média $\mu = 80.5$ kg e desvio-padrão $\sigma = 17.9$ kg.

(a) Qual peso é superado por apenas 1% dos pesos nessa população? 122.1

(b) Qual é a probabilidade de um animal dessa população ter peso acima de 90 kg?

0.2978

(c) Qual é a probabilidade do peso médio de uma amostra de tamanho 10 desses animais marinhos, superar 90 kg? 0.0466

(d) Um pesquisador acredita que houve alteração nas condições climáticas nas últimas décadas e que esse fato pode ter afetado a distribuição dos pesos dos animais marinhos dessa espécie, tanto na média quanto na variância dos pesos. Para testar sua hipótese ele tomou uma amostra aleatória simples de tamanho 10 desses animais e obteve os seguintes dados:

Pesos (kg) 64.6, 48, 67.8, 79.8, 95.4, 60.5, 75.5, 55, 59, 59.4

Com base nesta amostra responda:

i. Quais são os parâmetros de interesse neste problema? μ e σ^2

ii. Quais são as estimativas pontuais dos parâmetros de interesse com base nos dados obtidos pelo pesquisador? $\hat{\mu} = 66.5$ e $\hat{\sigma}^2 = 190.6$

iii. Obtenha estimativas intervalares para os parâmetros de interesse com nível de confiança de 95% com base na amostra.

$$(66.5 \pm 2.26 \times 13.8 / \sqrt{10}) = (56.64, 76.36)$$

$$\left(\frac{(10-1)190.6}{19.02}; \frac{(10-1)190.6}{2.7} \right) = (90.18, 635.3)$$

iv. Estabeleça as hipóteses nula e alternativa dos testes de hipóteses para os parâmetros de interesse.

$$H_0 : \mu = 80.5 \times H_a : \mu \neq 80.5$$

$$H_0 : \sigma^2 = 17.9^2 \times H_a : \sigma^2 \neq 17.9^2$$

v. Realize os testes de hipóteses para os parâmetros ao nível de significância de 5% e interprete os resultados.

$$RC = (t < -2.26 \text{ ou } t > 2.26)$$

$$RC = (\chi^2 < 2.7 \text{ ou } \chi^2 > 19.02)$$

(e) Qual deveria ser o tamanho da amostra em um novo estudo para que a margem de erro fosse de 1kg com 99% de confiança? Use estimativa baseada na amostra acima como aproximação para o parâmetro populacional.

$$n = \left(\frac{2.58 \times 13.8}{1} \right)^2 = 1265$$

2. Um vendedor de sementes de milho garante um percentual de germinação de suas sementes de 95%. Um agricultor desconfia que na verdade a proporção é menor do que a anunciada pelo vendedor. Antes de efetuar uma grande compra, o agricultor comprou um pacote com 140 sementes e plantou, observando mais tarde que 125 sementes germinaram. O resultado do experimento do agricultor confirma sua desconfiança?
- Qual é o parâmetro de interesse neste problema? p : proporção de sementes que germinam
 - Qual é a estimativa pontual com base nos dados obtidos pelo agricultor? $\hat{p} = 0.893$
 - Assumindo que o vendedor esteja sendo honesto, qual é a probabilidade de se obter uma estimativa pontual do parâmetro de interesse tão ou mais distante do valor do parâmetro de interesse quanto a obtida pelo agricultor? $P(\hat{p} < 0.893 | H_0 \text{ verdadeira}) = P(Z < -3.09) = 0.001$
 - Qual é o erro padrão da estimativa pontual do parâmetro de interesse? $se = 0.026$
 - Qual é a margem de erro da estimativa pontual do parâmetro de interesse com 95% de confiança? $e = 1.96 \times 0.026 = 0.051$
 - Obtenha uma estimativa intervalar do parâmetro de interesse com 95% de confiança? $IC_{95} = (0.893 \pm e) = (0.842, 0.944)$
 - Estabeleça as hipóteses nula e alternativa do teste de hipóteses. Faça o teste de hipóteses usando um nível de significância de 5%. $H_0 : p = 0.95 \times H_a : p < 0.95$ $RC = \{z < -1.64\}$, $z = -3.09$, $z \in RC$, podemos rejeitar H_0
 - Qual é o valor-p do teste? $p\text{-valor} = P(Z < -3.09) = 0.001$
 - Qual deveria ser o tamanho da amostra em um novo estudo para que a margem de erro fosse de no máximo metade da obtida anteriormente com 95% de confiança? Use a estimativa pontual do parâmetro obtida pelo agricultor como uma aproximação para o valor real do parâmetro.

$$n = \left(\frac{1.96}{e/2}\right)^2 \times \hat{p} \times (1 - \hat{p}) = 565$$