Exercícios Inferência

Prof. Lineu Alberto Cavazani de Freitas

1) Uma empresa de computadores deseja estimar o tempo médio de horas semanais que as pessoas utilizam o computador. Uma amostra aleatória de 64 pessoas apresentou um tempo médio de uso de 22,4 horas. Com base em estudos anteriores, a empresa assume que o desvio padrão é de 5,2 horas e que os tempos são normalmente distribuídos.

a) Obtenha um intervalo com 90% de confiança para o tempo médio de uso e interprete os resultados.

Resposta
IC(μ) $= \bar{y} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
IC(μ) $= 22,4 \pm 1,645\frac{5,2}{\sqrt{64}}$
[21,331; 23,469]

b) Estudos anteriores mostraram que a média de uso era de 20 horas semanais. Com base nesse novo estudo, existe evidência suficiente nos dados que permita afirmar que o tempo médio de uso aumentou? Proceda o teste de hipóteses adequado com um nível de significância de 1%.

Resposta
$H_0 : \mu = 20 \times \mu > 20$
$Z_{crit} = 2,33$
$Z_{calc} = 3,692$
Não Rejeita H_0

c) Qual deveria ser o tamanho amostral para que a estimativa pontual apresentasse um erro máximo admitido de 1 hora, com 95% de confinça? Obtenha o tamanho amostral e interprete o resultado.

Resposta
$n_\mu = \left(\frac{Z_{\alpha/2\sigma}}{e}\right)^2$
$n_\mu = \left(\frac{1,96\times 5,2}{1}\right)^2$
103,876 $\approx$ 104

d) Suponha que o estudo anterior pelo qual obteve-se o desvio padrão de 5,2 foi considerado não mais representativo. Por esta razão, passou-se a usar na análise o desvio padrão amostral, que foi de 4,5. Utilizando esta nova informação, qual é a distribuição amostral, expressão genérica do intervalo de confiança e estatística de teste para testar hipóteses?

Item	Resposta
Distribuição amostral	$\frac{\bar{y}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$
Intervalo de confiança	$\text{IC}(\mu) = \bar{y} \pm t_{n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$
Estatística de teste	$t_{calc} = \frac{\bar{y}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

e) Neste novo cenário, usando o desvio padrão amostral, considere que foi testada a hipótese de que o tempo médio é maior que 20 horas. Considere que p-valor foi menor que 0,01 a um nível de significância se 10%. Qual é a conclusão do teste?

Resposta
$p - valor < \alpha \therefore Rejeita\ H_0$

2) Uma empresa desenvolveu uma nova vacina para uma doença, e afirma que a proporção de imunizados é maior do que 70%. Em uma amostra de 726 pessoas que tomaram a vacina, 415 estavam imunizadas.

a) Obtenha uma estimativa pontual da proporção de imunizados.

Resposta
$\hat{p} = \frac{1}{n}\sum_i^n y_i$
$\hat{p} = \frac{415}{726} = 0,57$

b) Em uma perspectiva conservadora, obtenha uma estimativa intervalar para a proporção de imunizados com 90% de confiança e interprete o resultado.

Resposta
$\text{IC(p)} = \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
$\text{IC(p)} = 0,57 \pm 1,645\sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{726}}$
[0,54; 0,60]

c) Proceda um teste de hipóteses com um nível de significância de 1% para avaliar a afirmativa do fabricante de que a proporção de imunizados é maior que 70% e interprete o resultado.

Resposta
$H_0 : p = 0,7 \times p > 0,7$
$Z_{crit} = 2,33$
$Z_{calc} = -7,6$
Rejeita H_0

d) Considerando o teste feito no item 'c', o p-valor é maior ou menor que o nível de significância? Justifique sua resposta.

Resposta
Como a hipótese não foi rejeitada, $p - valor > \alpha$.

e) Em uma perspectiva conservadora, qual deveria ser o tamanho amostral para que a estimativa da proporção apresentasse uma precisão de 0,01 com 99% de confiança?

Resposta
$n_p = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{e}\right)^2 p(1-p)$ $n_p = \left(\frac{2{,}576}{0{,}01}\right)^2 0,5(1-0,5)$ 16589,44 $\approx$ 16590

$IC(\mu) = \bar{y} \pm Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $IC(\mu) = \bar{y} \pm t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$ $IC(p) = \hat{p} \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ $IC_{1-\alpha}(\sigma^2) = \left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}\right)$

$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\sigma}{e}\right)^2$ $n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\tilde{\sigma}}{e}\right)^2$ $\tilde{\sigma} = \frac{amplitude}{4}$ $n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{e}\right)^2 p(1-p)$

$z = \frac{\bar{y}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ $t = \frac{\bar{y}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_\nu$ $z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$ $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$
