Exercícios
Variáveis aleatórias

Os exercícios foram extraídos dos livros:

Bussab, WO; Morettin, PA. Estatística Básica. São Paulo: Editora Saraiva, 2006 (5ª Edição).

Magalhães, MN; Lima, ACP. Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: EDUSP, 2008.

1. Sendo Y uma variável aleatória com função de probabilidade dada a seguir, obtenha as medidas de posição média (μ), mediana (Md) e moda (Mo).

Y	-2	0	2
p_i	1/3	1/3	1/3

2. Um atacadista recebe de vários fornecedores uma certa peça para revenda. A peça é produzida com material de qualidade diferente e, portanto, possui custo diferenciado. Levando em conta a proporção fornecida e o preço apresentado por cada fabricante, pode-se admitir que o custo de uma peça qualquer (em reais), escolhida ao acaso, é uma variável aleatória (C). Admita a seguinte função de probabilidade para C:

C	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40
p_i	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1

a) Determine as medidas de posição da variável C.
b) Suponha que o atacadista revenda cada uma dessas peças acrescentado 50% sobre o custo da peça, além de um adicional de R$ 0,10 pelo frete. Calcule as medidas de posição da variável V: preço de revenda da peça.

3. Num certo bairro da cidade de São Paulo, as companhias de seguro estabeleceram o seguinte modelo para número de veículos furtados por semana:

Furtos (F)	0	1	2	3	4
p_i	1/4	1/2	1/8	1/16	1/16

Calcule a média e a variância do número de furtos semanais do bairro.

4. Num jogo de dados, um jogador paga R$ 5 para lançar um dado equilibrado e ganha R$ 10 se resultar na face 6, ganha R$ 5 se resultar na face 5 e não ganha nada com as outras faces. Defina a variável L: lucro por jogada como sendo o saldo que o jogador ganhou menos o pagamento inicial (prejuízo é lucro negativo). Construa a função de probabilidade e determine média, moda, mediana e variância dessa variável.

5. Num teste de digitação, o tempo em minutos (T) que os candidatos levaram para digitar um texto é modelado, de forma aproximada, pela seguinte função de probabilidade:

T	3	4	5	6	7	8	9
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

O candidato recebe 4 pontos se terminar a digitação em 9 minutos, 5 se terminar em 8 minutos e assim por diante. Determine a média e a variância da variável N: número de pontos obtidos no teste.

6. Um caminho para chegar a uma festa pode ser divido em três etapas. Sem enganos o trajeto é feito em 1 hora. Se enganos acontecerem na primeira etapa, acrescente 10 minutos ao tempo do trajeto. Para enganos na segunda etapa, o acréscimo é 20 e, para terceira, 30 minutos. Admita que a probabilidade de engano é 0.1, 0.2 e 0.3 para a primeira, segunda e terceira etapas, respectivamente. É provável haver atraso na chegada à festa? Determine a probabilidade de haver atraso, e o atraso não passar de 40 minutos.

7. Um pai leva o filho ao cinema e vai gastar nas duas entradas R$ 15. O filho vai pedir para comer pipoca com probabilidade 0.7 e, além disso, pode pedir bala com probabilidade 0.5, independentemente um do outro. Se a pipoca custa R$ 2 e a bala R$ 3, estude o gasto (G) efetuado com o passeio ao cinema.

8. Uma variável aleatória Y tem a seguinte função de distribuição:

$$F(Y) = \begin{cases} 0 & se\ y < 10 \\ 0.2 & se\ 10 \leq y < 12; \\ 0.5 & se\ 12 \leq y < 13; \\ 0.9 & se\ 13 \leq y < 25; \\ 1 & se\ y \geq 25. \end{cases}$$

Determine:

a) A função de probabilidade de Y.
b) $P(Y \leq 12)$.
c) $P(Y < 12)$.
d) $P(12 \leq Y \leq 20)$.
e) $P(Y > 18)$.

9. Um agricultor cultiva laranjas e também produz mudas para vender. Após alguns meses, a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0.05 e, nesse caso, ela é escolhida para ser recuperada com probabilidade 0.5. Admita que o processo de recuperação é infalível. O custo de cada muda produzida é R$ 1.00, mas acrescido de mais 50 centavos se precisar ser recuperada. Cada muda é vendida a R$ 3.00 e são descartadas as mudas não recuperadas de ataque de fungos. Estude como se comporta o ganho por muda produzida.

10. Num certo restaurante, paga-se pelo almoço uma quantia fixa dependendo da escolha feita de prato e bebida. A carne de peixe tem 10% de preferência, enquanto o frango tem 40% e carne bovina 50% . As três escolhas de bebida estão condicionadas à opção do prato, segundo a tabela abaixo:

Opção: Peixe	Cerveja	Água	Vinho
P(Bebida|Peixe)	0.4	0.3	0.3

Opção: Frango	Cerveja	Água	Vinho
P(Bebida|Frango)	0.3	0.5	0.2

Opção: Bovina	Cerveja	Água	Vinho
P(Bebida|Bovina)	0.6	0.3	0.1

Admita os seguintes preços:

Pedido	Peixe	Frango	Bovina	Cerveja	Água	Vinho
Preço	12	15	18	6	3	9

a) Dado que alguém escolhe peixe, qual a probabilidade de que escolha cerveja?
b) Se escolhe carne bovina, qual a probabilidade de tomar vinho?
c) Sabendo que tomou água, qual a chance de ter escolhido frango?
d) Determine a função de probabilidade para cada uma das variáveis X: preço do almoço e Y: preço do almoço para aqueles que preferem cerveja.

11. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa, comporta-se conforme a função de probabilidade abaixo:

Resistência (Y)	2	3	4	5	6
p_i	0.1	0.1	0.4	0.2	0.2

Admita que essas vigas são aprovadas para uso em construções se suportarem pelo menos 3 toneladas. De um grande lote fabricado pela empresa, escolhemos 15 vigas ao acaso. Qual será a probabilidade de:

a) Todas serem aptas para construções?
b) No mínimo 13 serem aptas?

12. Verifique se as expressões a seguir são funções densidade de probabilidade (assuma que elas se anulam fora dos intervalos especificados).

a) $f(y) = 3y$, se $0 \leq y \leq 1$.
b) $f(y) = y^2/2$, se $y \geq 0$.
c) $f(y) = (y-3)/2$, se $3 \leq y \leq 5$.
d) $f(y) = 2$, se $0 \leq y \leq 2$.
e) $f(y) = \begin{cases} (2+y)/4, & se \ -2 \leq y < 0; \\ (2-y)/4, & se \ 0 \leq y \leq 2. \end{cases}$

13. O tempo, em minutos, de digitação de um texto por secretárias experientes é uma variável aleatória contínua Y. Sua densidade é apresentada a seguir.

$$f(y) = \begin{cases} 1/4, & se \ 0 \leq y < 2; \\ 1/8, & se \ 2 \leq y \leq 6; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Determine:

a) $P(Y > 3)$.
b) $P(1 < Y \leq 4)$.
c) $P(Y < 3|Y \geq 1)$.
d) Um número b tal que $P(Y > b) = 0.6$.
e) O valor esperado, a variância e a moda de Y.

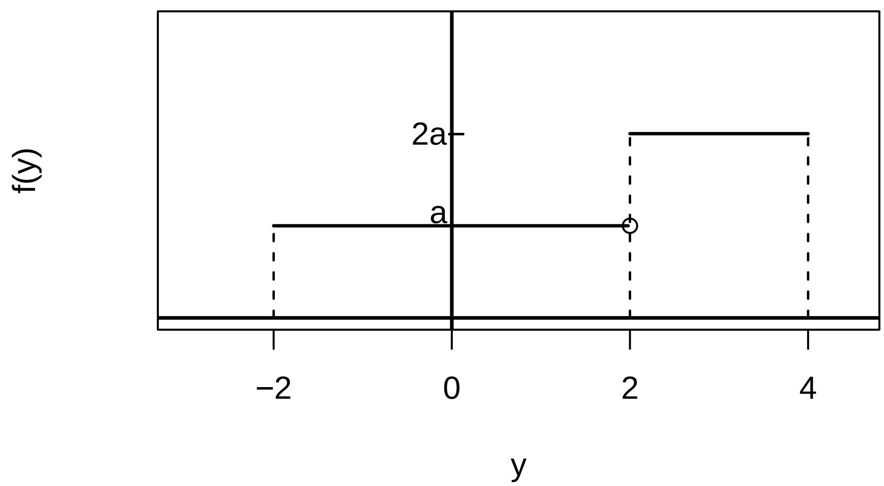
14. A quantia gasta anualmente, em milhões de reais, na manutenção do asfalto em uma cidade do interior é representada pela variável Y com densidade dada por:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{8}{9}y - \frac{4}{9}, & se \ 0.5 \leq y < 2; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Obtenha:

a) $P(Y < 0.8)$.
b) $P(Y > 1.5|Y \geq 1)$.
c) O valor esperado e a variância de Y.
d) A mediana de Y.

15. O gráfico abaixo representa a densidade de uma variável aleatória Y.



a) Obtenha o valor de a.
b) Determine $P(Y > 0|Y < 3)$.
c) Calcule $Md(Y), E(Y)$ e $Var(Y)$.

16. Numa certa região, fósseis de pequenos animais são frequentemente encontrados e um arqueólogo estabeleceu o seguinte modelo de probabilidade para o comprimento, em centímetros, desses fósseis:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{40}y, & 4 \leq y \leq 8; \\ -\frac{1}{20}y + \frac{3}{5}, & 8 \leq y \leq 10; \\ \frac{1}{10}, & 10 \leq y \leq 11; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

a) Faça um gráfico da função densidade.
b) Para um fóssil encontrado nessa região, determine a probabilidade do comprimento ser inferior a 6 centímetros. Determine também a probabilidade de ser superior a 5 mas inferior a 10.5 cm.
c) Encontre o valor esperado para o comprimento dos fósseis da região.

Respostas

1. Sendo Y uma variável aleatória, então

$E(Y) = -2 \cdot 1/3 + 0 \cdot 1/3 + 2 \cdot 1/3 = 0$

$Md(Y) = 0$ pois $P(Y \geq 0) = 2/3 \geq 0.5$ e $P(Y \leq 0) = 2/3 \geq 0.5$.

Quanto à moda, todos os valores da variável podem ser usados, uma vez que eles são equiprováveis.

---

2. Considerando os dados:

a) Medidas de posição da variável custo (C):

$E(C) = 1.00 \cdot 0.2 + 1.10 \cdot 0.3 + 1.20 \cdot 0.2 + 1.30 \cdot 0.2 + 1.40 \cdot 0.1 = 1.17$

$Md(C) = 1.15$ pois $P(C \leq 1.10) = 0.50$ e $P(C \geq 1.20) = 0.50$

$Mo(C) = 1.10$ pois é o valor que aparece com maior probabilidade.

b) Preço de revenda é dado pela função: $V = 0.1 + 1.5 \cdot C$. Então, a variável pode ser representada em forma de tabela:

V	1.6	1.75	1.9	2.05	2.2
p_i	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1

As medidas de posição de V:

$E(V) = 1.86$, $Md(V) = 1.83$ e $Mo(V) = 1.75$.

---

3. Num certo bairro da cidade de São Paulo, as companhias de seguro estabeleceram o seguinte modelo para número de veículos furtados por semana:

Furtos (F)	0	1	2	3	4
p_i	1/4	1/2	1/8	1/16	1/16

$E(F) = 0 \cdot 1/4 + 1 \cdot 1/2 + 2 \cdot 1/8 + 3 \cdot 1/16 + 4 \cdot 1/16 = 1.19$.

$V(F) = (0 - E(F))^2 \cdot 1/4 + (1 - E(F))^2 \cdot 1/2 + (2 - E(F))^2 2 \cdot 1/8 + (3 - E(F))^2 \cdot 1/16 + (4 - E(F))^2 \cdot 1/16 = 1.15$.

---

4. Para a variável lucro temos:

Lucro (L)	-5	0	5
p_i	4/6	1/6	1/6

$E(L) = -2.5$; $Mo(L) = -5$; $V(L) = 14.6$ e $Md(L) = -5$ porque $P(L \leq -5) = 4/6 \geq 0.5$.

---

5. O candidato recebe 4 pontos se terminar a digitação em 9 minutos, 5 se terminar em 8 minutos e assim por diante. Então, temos que a variável N é dada por:

N	10	9	8	7	6	5	4
p_i	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

O número médio de pontos será:

$$E(N) = 10 \cdot 0.1 + 9 \cdot 0.1 + \cdots + 4 \cdot 0.1 = 7.$$

e a variância será:

$$V(N) = (10^2 \cdot 0.1 + 9^2 \cdot 0.1 + \cdots + 4^2 \cdot 0.1) - 7^2 = 3.$$

---

6. Sejam os eventos E: engano na etapa. O espaço amostral será:

$\Omega = \{(E,E,E),(E,E,E^c),(E,E^c,E),(E,E^c,E^c),(E^c,E,E),(E^c,E,E^c),(E^c,E^c,E),(E^c,E^c,E^c)\}$

Seja a variável aleatória T: tempo total gasto no trajeto. Cada elemento de Ω leva a um tempo total gasto no trajeto T.

Ω	(E,E,E)	(E,E,E^c)	(E,E^c,E)	(E,E^c,E^c)	(E^c,E,E)	(E^c,E,E^c)	(E^c,E^c,E)	(E^c,E^c,E^c)
T	120	90	100	70	110	80	90	60
p_i	0.006	0.014	0.024	0.056	0.054	0.126	0.216	0.504

A distribuição de probabilidade de T é dada por:

T	60	70	80	90	100	110	120
p(T)	0.504	0.056	0.126	0.230	0.024	0.054	0.006

$P(atraso) = P(T > 60) = 1 - P(T \leq 60) = 1 - 0.504 = 0.496.$

$P(\text{atraso ser de até 40 min}) = P(60 < T \leq 100) = 0.056 + 0.126 + 0.230 + 0.024 = 0.436.$

---

7. Suponha que o pai não irá comer guloseimas e defina os eventos: P: o filho pede pipoca; B: o filho pede bala. Defina a variável aleatória G: Gasto efetuado.

O espaço amostral deste exercício e a distribuição de probabilidade do gasto são:

Ω	(P,B)	(P^c,B)	(P,B^c)	(P^c,B^c)
g	20	18	17	15
$p(g)$	$0.7 \cdot 0.5 = 0.35$	$0.3 \cdot 0.5 = 0.15$	$0.7 \cdot 0.5 = 0.35$	$0.3 \cdot 0.5 = 0.15$

8.

a) Baseado-se na definição de função de distribuição, temos que a função de probabilidades de Y é dada por:

Y	10	12	13	25
$P(Y=y)$	0.2	0.3	0.4	0.1

b) $P(Y \leq 12) = F(12) = 0.5$.

c) $P(Y < 12) = F(10) = 0.2$.

d) $P(12 \leq Y \leq 20) = P(Y \leq 20) - P(Y < 12) = F(13) - F(10) = 0.7$

e) $P(Y > 18) = 1 - P(Y \leq 18) = 1 - F(18) = 1 - F(13) = 0.1$.

9.

Seja o evento A: muda atacada por fungos, então $P(A) = 0.05$.

Seja E: muda é escolhida para ser recuperada, então $P(E|A) = 0.5$.

Defina a variável aleatória G: ganho de cada muda produzida.

$G = 2$ se não precisar ser recuperada e $P(G = 2) = P(A^c) = 0.95$.

$G = 1.5$ se precisar ser recuperada e $P(G = 1.5) = P(A \cap E) = P(A)P(E|A) = 0.025$.

$G = -1$ se for descartada e $P(G = -1) = P(A \cap E^c) = P(A)P(E^c|A) = 0.025$.

Ganho (G)	–1	1.5	2
p_i	0.025	0.025	0.95

10.

a) $P(\text{Cerveja}|\text{Peixe}) = 0.4$.

b) $P(\text{Vinho}|\text{Carne Bovina}) = 0.1$.

c) $P(\text{Frango}|\text{Água}) = \frac{P(\text{Água}|\text{Frango})P(\text{Frango})}{P(\text{Água})} = \frac{0.5 \cdot 0.4}{P(\text{Água})} = 0.53$

$P(\text{Água}) = P(\text{Água} \cap \text{Peixe}) + P(\text{Água} \cap \text{Frango}) + P(\text{Água} \cap \text{Carne Bovina}) = 0.03 + 0.20 + 0.15 = 0.38$.

Logo, $P(\text{Frango}|\text{Água}) = \frac{0.2}{0.38} = 0.53$

d) Sejam os eventos P: a escolha é peixe; F: a escolha é frango e B: para escolha por carne bovina.

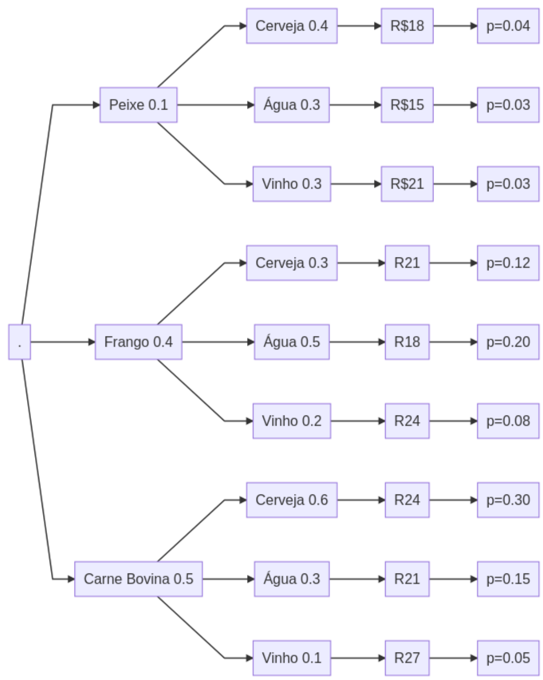
Sejam os eventos C: a bebida é cerveja; A: a bebida é água e V: a bebida é vinho.

Ω	(P,C)	(P,A)	(P,V)	(F,C)	(F,A)	(F,V)	(B,C)	(B,A)	(B,V)
preço	18	15	21	21	18	24	24	21	27
p	0.04	0.03	0.03	0.12	0.2	0.08	0.3	0.15	0.05

Função de probabilidade de X: preço do almoço.

x	15	18	21	24	27
$p(x)$	0.03	0.24	0.30	0.38	0.05

e função de probabilidade de Y: preço do almoço para aqueles que preferem cerveja. $y = (18, 21, 24)$ e $p(y) = ?$



A probabilidade de uma pessoa escolher cerveja é: $P(C) = P(C \cap P) + P(C \cap F) + P(C \cap B) = 0.04 + 0.12 + 0.30 = 0.46$

$P(P|C) = P(P \cap C)/P(C) = 0.04/0.46 = 0.09 = P(Y = 18)$

$P(F|C) = P(F \cap C)/P(C) = 0.12/0.46 = 0.26 = P(Y = 21)$

$P(B|C) = P(B \cap C)/P(C) = 0.30/0.46 = 0.65 = P(Y = 24)$

y	18	21	24
$p(y)$	0.09	0.26	0.65

11.

a) Uma viga está apta para construção se suportar pelo menos 3 toneladas. Logo, a probabilidade de qualquer viga estar apta é dada por $p = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = 0.1 + 0.4 + 0.2 + 0.2 = 0.9$.

Há $n = 15$ vigas selecionadas de forma aleatória na amostra. A probabilidade de todas as 15 ($x = 15$) vigas estarem aptas é dada pelo produto de estar apta e não estar apta. Note que queremos 15 aptas, então $p \cdot p ... p = p^x = 0.9^{15} = 0.206$. A probabilidade de não estar apta é o número total de vigas menos a quantidade de vigas que estão aptas, então $(1-p)^{n-x} = (1-0.1)^{15-15} = 1$. Portanto. $P(X = 15) = p^x(1-p)^{n-x} = 0.9^{15}(1-0.9)^{15-15} = 0.206 \cdot 1 = 0.206$.

b) Para que no mínimo 13 vigas estejam aptas, então temos que calcular a $P(X \geq 13) = P(X = 13) + P(X = 14) + P(X = 15)$. Devemos lembrar que a probabilidade de uma única viga qualquer estar apta é $p = 0.9$ e não estar apta é $q = 1-p = 1-0.9 = 0.1$. Note que, se queremos 13, 14 ou 15 vigas aptas, elas estarem ou não aptas pode ocorrer por meio de diversas combinações. Logo, devemos levar em consideração a combinação de n vigas tomadas de x maneiras. A fórmula da combinação é dada por $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$.

A fórmula genérica para o cálculo é $P(X=x)=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x}$. Então,

$P(X\geq 13)=P(X=13)+P(X=14)+P(X=15)$

$P(X\geq 13)=\frac{15!}{13!(15-13)!}p^{13}(1-0.9)^{15-13}+\frac{15!}{14!(15-14)!}p^{14}(1-0.9)^{15-14}+\frac{15!}{15!(15-15)!}p^{15}(1-0.9)^{15-15}$

$P(X\geq 13)=0.267+0.343+0.206$

$P(X\geq 13)=0.816$.

---

12. Para ser uma função de densidade de probabilidade é necessário satisfazer duas propriedades:

I) $f(y)\geq 0$

II) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)dy=1$.

a) $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_0^1 3y dy=\frac{3}{2}$.

b) $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_0^{\infty}\frac{y^2}{2}dy=$ diverge.

c) $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_3^5 \frac{y-3}{3}dy=1$.

d) $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_0^2 2dy=4$.

e) $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_{-2}^0 \frac{2+y}{4}dy+\int_0^2\frac{2-y}{4}dy=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.
Portanto, temos uma fdp apenas nas letras c) e e).

---

13. $f(y)\geq 0 \quad \forall y$.

$\int_0^2\frac{1}{4}dy+\int_2^6\frac{1}{8}dy=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.
É uma função de densidade de probabilidade.

a) $P(Y\geq 3)=\int_3^6\frac{1}{8}dy=\frac{3}{8}$.

b) $P(1<Y\leq 4)=\int_1^2\frac{1}{4}dy+\int_2^4\frac{1}{8}dy=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

c) $P(Y<3|Y\geq 1)=(\int_1^2\frac{1}{4}dy+\int_2^3\frac{1}{8}dy)/(\int_1^2\frac{1}{4}dy+\int_2^6\frac{1}{8}dy)=(\frac{1}{4}+\frac{1}{8})/(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$.

d) $\int_0^b\frac{1}{4}dy=0.4$. Então, $\frac{y}{4}|_0^b=0.4$ e $\frac{b}{4}=0.4$. Logo, $b=1.6$.

e) $E(Y) = \int_0^2 y\frac{1}{4}dy + \int_2^6 y\frac{1}{8}dy = \frac{5}{2} = 2.5.$

$V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2.$

$E(Y^2) = \int_0^2 y^2\frac{1}{4}dy + \int_2^6 y^2\frac{1}{8}dy = \frac{28}{3} = 9.33.$

$V(Y) = \frac{28}{3} - (\frac{5}{2})^2 = 3.08.$

Há um intervalo modal dado em $[0, 2]$, sendo $Mo(Y) = 1$.

---

14. $f(y) \geq 0 \quad \forall y.$

$\int_{0.5}^2 (\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy = 1.$

É uma função de densidade de probabilidade.

a) $P(Y < 0.8) = \int_{0.5}^{0.8} (\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy = 0.04.$

b) $P(Y > 1.5|Y \geq 1) = (\int_{1.5}^2 (\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy)/(\int_1^2 (\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy) = \frac{0.5556}{0.8889} = 0.625.$

c) $E(Y) = \int_{0.5}^2 y(\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy = 1.50.$

$V(Y) = E(X^2) - E(X)^2$

$E(Y^2) = \int_{0.5}^2 y^2(\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy = 2.375.$

$V(Y) = 2.375 - (1.5)^2 = 0.125.$

d) $\int_{0.5}^m (\frac{8}{9}y - \frac{4}{9})dy = 0.5.$

$(\frac{8y^2}{18} - \frac{4y}{9})|_{0.5}^m = (\frac{8m^2}{18} - \frac{4m}{9}) - (\frac{2}{18} - \frac{2}{9}) = 0.5.$

$(\frac{8m^2}{18} - \frac{4m}{9}) = 0.5 - \frac{2}{18}.$

$\frac{8m^2 - 8m}{18} = \frac{7}{18}.$

$8m^2 - 8m = 7.$

$m^2 - m = \frac{7}{8}.$

$m^2 - m - \frac{7}{8} = 0.$

As raízes do polinômio são $r_1 = -0.56$ e $r_2 = 1.56$. Note que r_1 está fora do suporte da variável aleatória. Portanto, a mediana é $r_2 = Md(Y) = 1.56$.

15.

a) $f(x) = \begin{cases} a & \text{se } -2 \leq x \leq 2; \\ 2a & \text{se } 2 \leq x \leq 4; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Por meio de integral, temos que

$\int_{-2}^2 adx + \int_2^4 2adx = 1$

$ax|_{-2}^2 + 2ax|_2^4 = 1$

$2a + 2a + 8a - 4a = 1$

$a = \frac{1}{8}.$

b) $P(X > 0|X < 3) = (\int_0^2 \frac{1}{8}dx + \int_2^3 \frac{2}{8}dx)/(\int_{-2}^2 \frac{1}{8}dx + \int_2^3 \frac{2}{8}dx) = (\frac{1}{4} + \frac{1}{4})/(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \frac{2}{3}$.

c) $E(X) = \int_{-2}^2 x\frac{1}{8}dx + \int_2^4 x\frac{2}{8}dx = 1.5$.

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.

$E(X^2) = \int_{-2}^2 x^2\frac{1}{8}dx + \int_2^4 x^2\frac{2}{8}dx = \frac{16}{3}$

$V(X) = \frac{16}{3} - (1.5)^2 = 3.08$.

$Md(X) = \int_{-2}^m \frac{1}{8}dx = 0.5$

$Md(X) = \frac{x}{8}|_m^{-2} = 0.5$

$Md(X) = \frac{m}{8} + \frac{2}{8} = 0.5$

$Md(X) = \frac{m}{8} + \frac{2}{8} = 0.5$

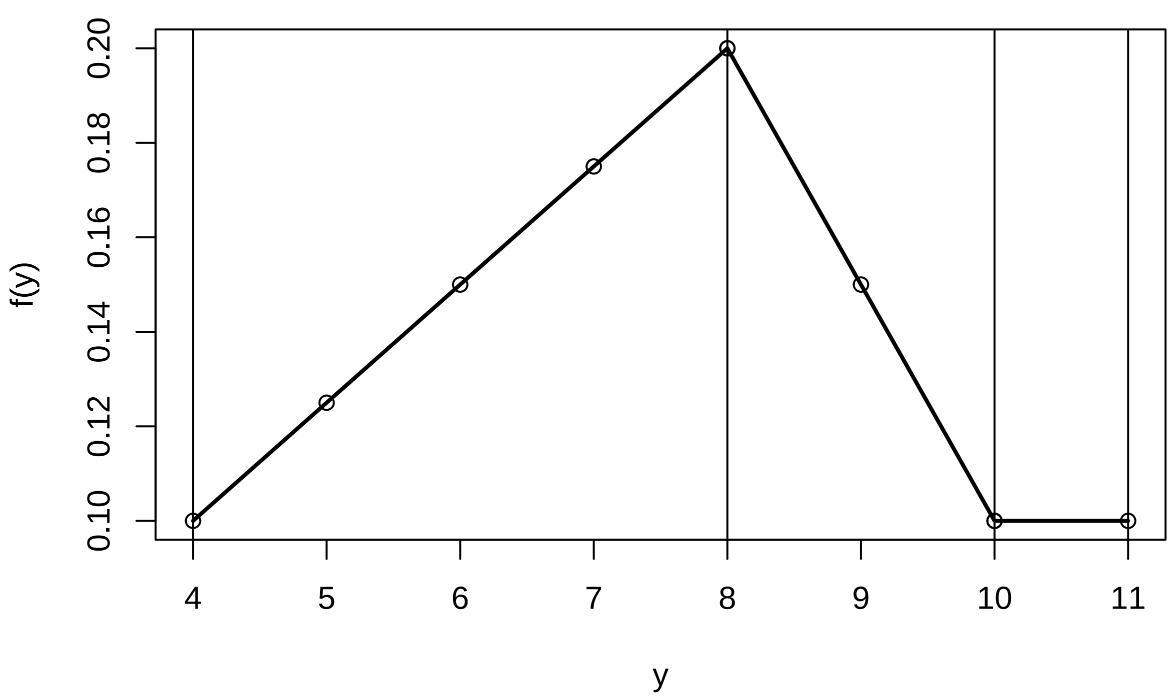
$Md(X) = \frac{m}{8} = 0.5 - \frac{2}{8}$

$Md(X) = \frac{m}{8} = \frac{1}{4}$

$Md(X) = m = 2$.

16.

a)



b) $P(Y \leq 6) = \int_4^6 \frac{1}{40}ydy = \frac{x^2}{80}|_6^4 = \frac{6^2}{80} - \frac{4^2}{80} = \frac{36}{80} - \frac{16}{80} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

$P(5 \leq Y \leq 10.5) = \int_5^{10.5} f(y)dy$

$P(5 \leq Y \leq 10.5) = (\int_5^8 \frac{1}{40} y dy) + (\int_8^{10} (-\frac{1}{20} y + \frac{3}{5}) dy) + (\int_{10}^{10.5} \frac{1}{10} dy)$

$P(5 \leq Y \leq 10.5) = \frac{39}{80} + \frac{3}{10} + 0.05 = 0.84.$

c) $E[Y] = (\int_4^8 y \frac{1}{40} y dy) + (\int_8^{10} y(-\frac{1}{20} y + \frac{3}{5}) dy) + (\int_{10}^{11} y \frac{1}{10} dy) = (\frac{56}{15}) + (\frac{8}{3}) + (\frac{21}{20}) = 7.45.$